

Título: Sequências e Regularidades no 1.º ciclo – Relato de experiências

Autoras: Gorete Fonseca e Fátima Alexandrino

Instituição: Agrupamento de Escolas da Lourinhã

Ciclo de Ensino: 1.º Ciclo do Ensino Básico

O presente artigo pretende divulgar experiências resultantes da aplicação de uma tarefa de Matemática, proposta aos docentes do 1.º Ciclo do Agrupamento de Escolas da Lourinhã, pelas formadoras da Oficina de Formação, dinamizada no âmbito da integração no Projecto Mais Sucesso Escolar.

Inicialmente, daremos a conhecer os principais objectivos da tarefa, as competências específicas que se pretendem desenvolver e a forma como esta foi apresentada aos alunos. Numa fase seguinte debruçar-nos-emos um pouco mais sobre o modo como os alunos resolveram as questões, tentando perceber as estratégias que utilizaram. Concluiremos apresentando um balanço reflexivo sobre as experiências vivenciadas e aqui relatadas.

A tarefa¹ enquadrou-se no tema “Sequências e Regularidades”², dividida em dois blocos³, tendo como objectivos principais:

-  Investigar regularidades em sequências;
-  Explorar sequências segundo uma dada lei de formação;
-  Explicar ideias, justificar opiniões e descrever processos utilizados na realização da actividade.

Como objectivo último e unificador pretendeu-se propor tarefas promotoras do desenvolvimento da capacidade de generalização de modo a que os alunos desenvolvessem determinadas competências específicas, tais como:

¹ Retirada de GTI (2010). *O professor e o programa de Matemática do ensino básico*. Lisboa: APM.

² A exploração de situações relacionadas com este tema, não sendo uma inovação no 1.º Ciclo, ganhou maior expressividade no Novo Programa de Matemática, constituindo um objectivo específico referenciado explicitamente, desde logo para os 1.º e 2.º anos de escolaridade.

³ O Bloco I dirigido a alunos do 2.º ano de escolaridade e o Bloco II para os alunos dos 3.º e 4.º anos.

- ✚ Reconhecer regularidades e compreender relações (continuar a representação de uma sequência – termos imediatamente a seguir aos dados);
- ✚ Usar a relação entre os termos e a sua ordem na sequência para indicar o termo de uma ordem distante;
- ✚ Comunicar, oralmente e por escrito, as estratégias utilizadas, usando a linguagem natural e simbólica (generalização).

Partindo da consciencialização de que antes de criarem representações pictóricas e padrões ao nível simbólico, as crianças devem manipular objectos variados com os quais possam construir padrões, foram apresentados e postos à disposição dos alunos, vários materiais manipuláveis, estruturados ou não, tais como azulejos, pedaços de cartão, pacotes de leite, tubos de encaixe, material cuisenaire, entre outros, de modo a facilitar a visualização e execução da tarefa.

Aprendizagens realizadas

Depois de apresentada a tarefa os alunos trabalharam a pares ou em pequenos grupos de modo a permitir a troca de impressões entre si, esclarecimento de dúvidas e partilha de informações procurando promover-se momentos de trabalho cooperativo.

Tal como referido anteriormente, a tarefa foi dividida em dois blocos: Bloco I dirigido a alunos do segundo ano de escolaridade e Bloco II a alunos do terceiro e quarto anos.

Do **Bloco I** faziam parte as seguintes questões:

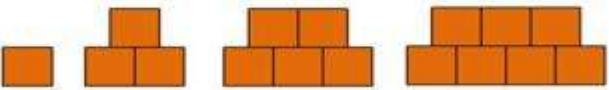


Figura 1
Figura 2
Figura 3
Figura 4

1) Continuar a sequência desenhando as figuras 5 e 6.

2) Indicar os blocos utilizados para construir cada uma das figuras, usando uma tabela.

Número da figura	Número de peças
1	
2	
3	
4	

3) Descobrir, sem recurso ao desenho, os blocos da figura 20 da sequência. Explicar como pensou.

Imagem 1 – Tarefa de matemática: bloco I

Efectuando uma análise às aprendizagens realizadas pelos alunos verificámos, quanto à primeira questão (**Continua a sequência desenhando as figuras 5 e 6**), que praticamente a totalidade percebeu a regularidade desenhando correctamente os termos 5 e 6 da sequência. Os que tiveram mais dificuldade socorreram-se do material de apoio, como supramencionado. Observou-se que a manipulação deste material contribuiu efectivamente para que os alunos com mais dificuldades se apercebessem dos “erros” cometidos durante a representação gráfica das figuras levando-os a corrigi-las. Nestes casos tiveram particular “sucesso” o uso dos cartões recortados particularmente para esta tarefa bem como a utilização/manuseamento dos pacotes de leite escolar uma vez que contribuíram para uma melhor percepção da disposição das diferentes figuras da tarefa.



Imagens 2 e 3 - Material utilizado (azulejos, cartões, tubos de encaixe, pacotes de leite...)

Como estratégia de resolução, alguns alunos pintaram os blocos “extra” e aplicaram a mesma regra às figuras seguintes. Ou seja, compararam os termos consecutivos e identificaram a alteração. Digamos que usaram uma estratégia aditiva recorrendo ao raciocínio recursivo. O uso das cores é elucidativo desta estratégia, tal como se apresenta na imagem 4.

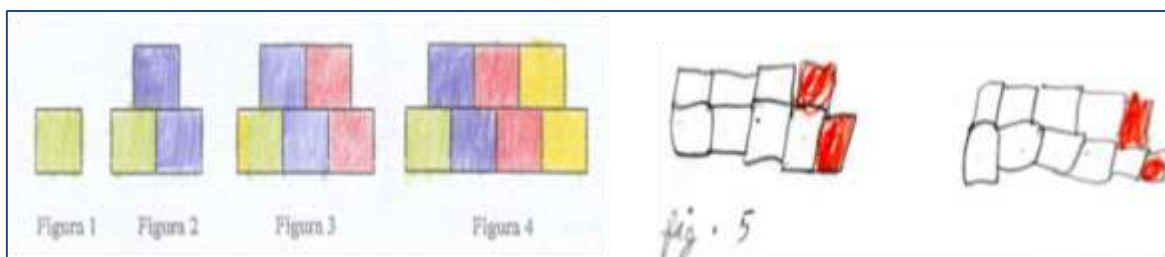


Imagem 4 – Exemplo de uma representação das figuras 5 e 6

Outros construíram as figuras seguintes parecendo usar uma estratégia de representação e contagem, ou seja, representam e depois contam o número de blocos usados (ver imagem 5).

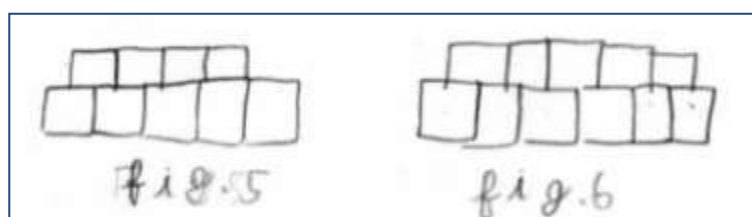


Imagem 5 – Exemplo da representação das figuras 5 e 6

Este modo de resolução é mais visível na questão seguinte. De qualquer forma em ambas as estratégias não é evidente uma generalização, pelo que foi importante questionar os alunos sobre o processo usado para representar os termos da sequência. Relativamente à reprodução pictórica verificaram-se algumas incorrecções na representação espacial dos blocos. Mais uma vez o material de apoio contribuiu para superar essa dificuldade.

Na resolução da questão número dois (**Indica os blocos utilizados para construir cada uma das figuras, usando a tabela**), todos os alunos conseguiram preencher a tabela. No entanto, apesar de alguns terem ainda sentido a necessidade de recorrer à contagem dos blocos⁴, outros (poucos) conseguiram descobrir que existia uma sequência numérica de 2 em 2, começando a revelar alguma capacidade em usar a relação entre os termos e a sua ordem na sequência para indicar o termo de uma ordem distante.

⁴ Evidenciam um raciocínio por recorrência uma vez que foi necessário conhecer a figura (termo) anterior para decidirem o número de blocos da figura (termo) seguinte. Utilizaram, portanto, as mesmas estratégias já mencionadas na resolução da questão anterior.

A última questão (**Descobre, sem recurso ao desenho, os blocos da figura 20 da sequência. Explica como pensaste.**) tornou-se difícil de resolver para a maioria dos alunos. No entanto, apresentaram diversas estratégias de resolução:

- a) Uns continuaram a tabela tendo sentido a necessidade de contar todos os termos da sequência até ao termo solicitado (estratégia de contagem), tal como se pode observar pela análise da imagem 6;

Número de figuras	Número de Peças
1	1
2	2
3	5
4	7
5	11
6	13
7	15
8	17
9	19
10	21
11	23
12	25
13	27
14	29
15	31
16	33
17	35
18	37
19	39
20	41

Sem usar desenhos és capaz de descobrir quantos blocos tem a figura 20 da sequência?
Explica como pensaste.

Imagem 6 – Exemplo de uma «descoberta» do número de blocos da figura 20

- b) Outros usaram a adição (o número de blocos da figura anterior mais 2 – estratégia aditiva) e continuaram a sequência (ver imagem 7);

$11 + 2 = 13$ fig. 7 $13 + 2 = 15$ fig. 8 $15 + 2 = 17$ fig. 9 $17 + 2 = 19$ fig. 10 $19 + 2 = 21$ fig. 11 $21 + 2 = 23$ fig. 12 $23 + 2 = 25$ fig. 13 $25 + 2 = 27$ fig. 14 $27 + 2 = 29$ fig. 15 $29 + 2 = 31$ fig. 16 $31 + 2 = 33$ fig. 17 $33 + 2 = 35$ fig. 18 $35 + 2 = 37$ fig. 19 $37 + 2 = 39$ fig. 20	Contei com os dedos e deu 39.
---	--------------------------------------

Imagem 7 – Utilização da estratégia aditiva na descoberta do número de blocos da figura 20

- c) Um grupo mais reduzido “descobriu” que o número da figura era o mesmo que a quantidade de blocos da base e que o número de blocos “em cima” era sempre menos um do que “em baixo”. Apesar

de evidenciarem alguma capacidade de generalização, tiveram dificuldades em expressar como chegaram à “sua descoberta”.

Só após a exploração colectiva foi possível chegarem às seguintes conclusões:

- De uma figura para a seguinte, em baixo, aumenta um bloco e em cima fica sempre menos 1 que em baixo;
- O número da figura tem o número de blocos da base.

Após estas conclusões chegaram facilmente à seguinte generalização:

“- Então a figura 20 vai ter 20 blocos em baixo e 19 em cima. Então 20 mais 19 igual a 39.”

A partir daqui um grupo significativo de alunos conseguiu identificar correctamente o número de blocos de uma qualquer figura aplicando correctamente a «expressão de generalização» a que tinham chegado.

Relativamente à exploração colectiva, a experiência mostrou-nos tratar-se de um momento muito importante, se não mesmo crucial. É no trabalho em grande grupo/turma que a partilha e a discussão sobre as dificuldades sentidas e as soluções encontradas são potenciadas. Simultaneamente permite sistematizar e institucionalizar o conhecimento. Esta exploração exige do docente uma constante interacção e uma consciência muito clara i) do que se pretende que os alunos aprendam e ii) do que está em causa em cada situação; pelo que o papel do professor é essencial.

Porém, não é fácil ajudar os alunos a progredirem sem lhes dar imediatamente a solução ou o caminho para ela. Devolver as interrogações aos alunos forçando-os a reflectirem sobre a procura da solução é tarefa árdua.

O **Bloco II** solicitava aos alunos o seguinte conjunto de questões:

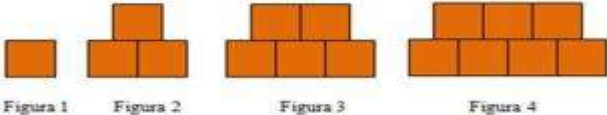


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

1 – Desenha a figura 6.

2 – Escreve como se pode saber o número de blocos das figuras 8 e 10 sem utilizar desenhos.

3 – Existe alguma figura com 41 blocos? E com 48? Justifica a resposta.

4 – Escreve uma frase em que relaciones o número de blocos com o número da figura na sequência.

Trata-se de questões mais exigentes e com um apelo mais claro à abstracção e à generalização, envolvendo uma progressão.

No que diz respeito à primeira pergunta (**Desenha a figura 6**), apesar de todos terem conseguido continuar a sequência alguns apresentaram-na, inicialmente, com algumas incorrecções na representação espacial, tal como evidenciam as respostas dadas na imagem 9.

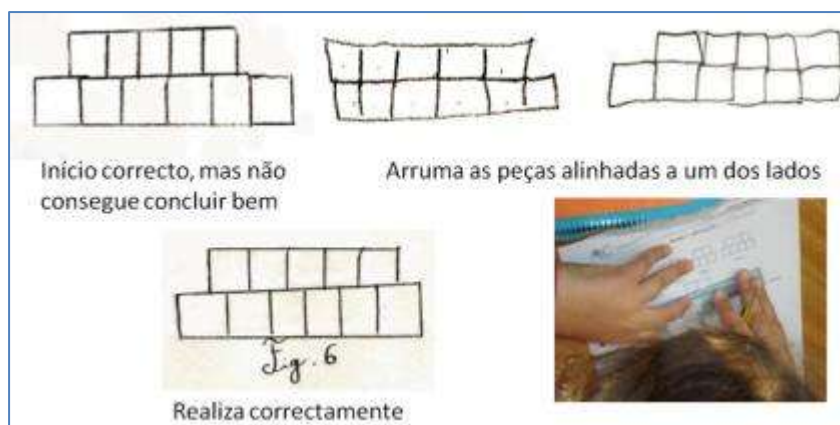


Imagem 9 – Exemplos de algumas representações da figura 6

Um pequeno grupo recorreu à utilização da régua para dar resposta à questão. No entanto, muitos deles reconheceram que o uso desta só complicava a realização da tarefa, tendo posteriormente abdicado dela.

No sentido de encontrarem as respostas para a segunda questão (**Escreve como se pode obter o número de blocos das figuras 8 e 10 sem utilizar desenhos**), praticamente a totalidade dos alunos reconheceu a existência de uma adição de 2 blocos de uma figura para a seguinte e que a “barra” de baixo tem mais uma do que a de cima. Esta observação revelou já alguma capacidade de relacionar elementos. Contudo, as respostas dadas indiciam que recorreram maioritariamente às mesmas duas estratégias anteriormente referidas pelos alunos do segundo ano de escolaridade, nomeadamente:

- Alguns recorreram inicialmente à utilização de material manipulável para conseguirem visualizar na prática (ver imagem 10) e, posteriormente, resolver a situação;

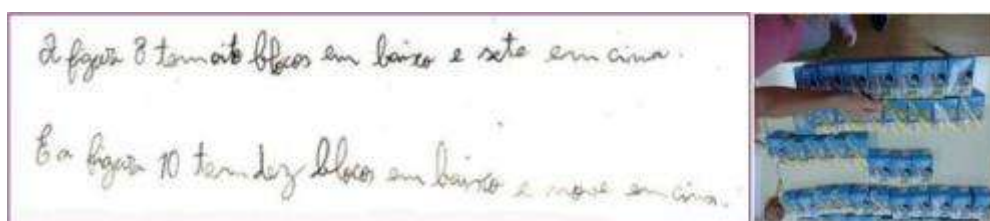


Imagem 10 – Exemplo da resposta dada à questão dois

- b) A grande maioria recorreu à estratégia aditiva utilizando uma operação (imagem 11):

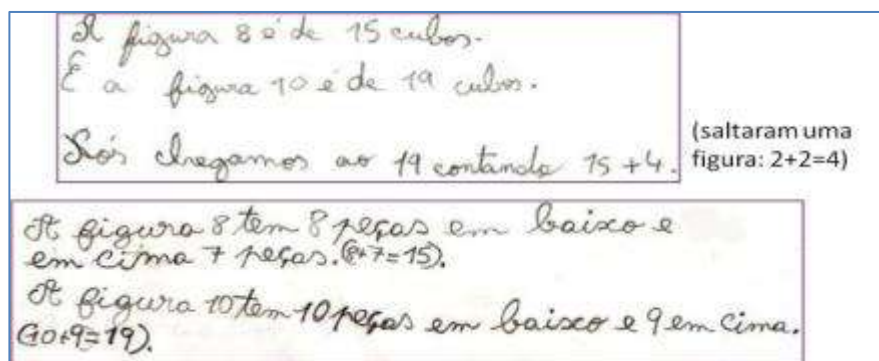


Imagem 11 – Exemplos de respostas dadas à questão dois

Na questão três (**Existe alguma figura com 41 blocos? E com 48? Justifica a tua resposta**), alguns alunos manifestaram algumas dificuldades e perguntaram se poderiam usar os quadrados (material manipulável) ou se poderiam desenhar. Rapidamente se aperceberam que era complicado usar tantos quadrados e começaram a procurar outras estratégias de modo a resolver a situação. Um grupo de alunos recorreu à listagem da sequência, como se pode observar pelos exemplos seguintes (imagens 12 e 13):

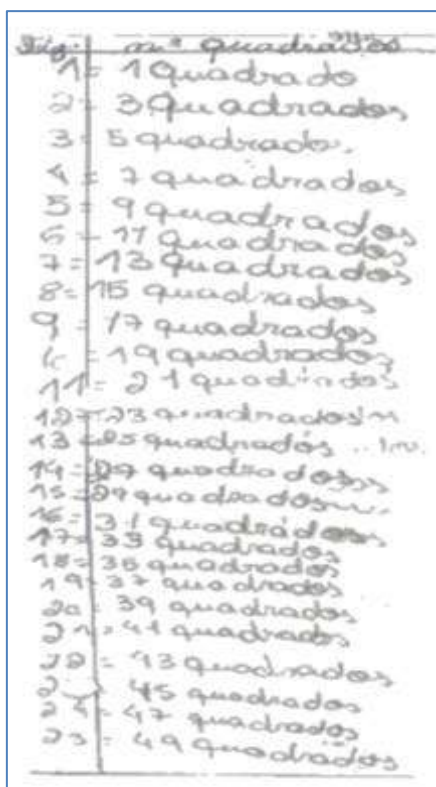
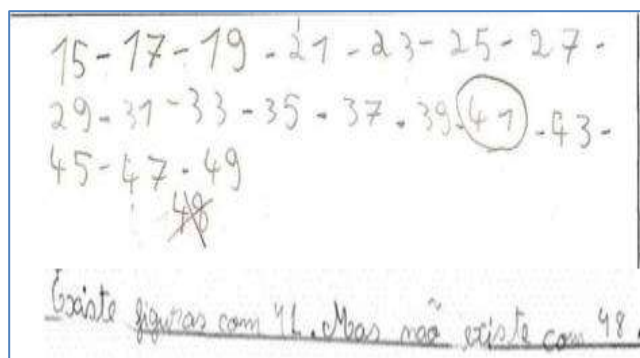


Fig.	n.º quadrados
1	1 quadrado
2	3 quadrados
3	5 quadrados
4	7 quadrados
5	9 quadrados
6	11 quadrados
7	13 quadrados
8	15 quadrados
9	17 quadrados
10	19 quadrados
11	21 quadrados
12	23 quadrados
13	25 quadrados
14	27 quadrados
15	29 quadrados
16	31 quadrados
17	33 quadrados
18	35 quadrados
19	37 quadrados
20	39 quadrados
21	41 quadrados
22	43 quadrados
23	45 quadrados



Imagens 12 e 13 – Exemplos de respostas dadas à questão três

Pela análise das várias respostas que deram, verificou-se que um grupo significativo de alunos conseguiu expressar alguma capacidade de generalização, descobrindo a relação existente justificando da seguinte forma (imagem 14):

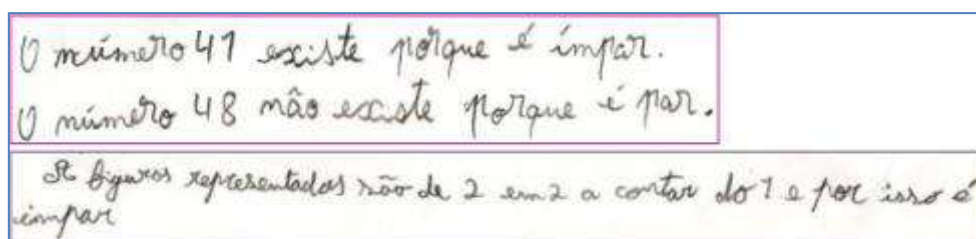


Imagem 14 – Exemplos de justificações dadas à questão três

Relativamente à última pergunta (**Escreve uma frase em que relaciones o número de blocos com o número da figura na sequência**), houve alguma dificuldade, por parte de um grupo de alunos, em perceber o que se pretendia com a questão e, apesar da grande maioria não ter conseguido chegar à “frase chave”, estiveram muito perto de o conseguir. Uma das razões mais apontadas pelos vários docentes foi a dificuldade em comunicar/expressar o seu pensamento de uma forma mais esclarecedora, tal como se pode inferir pelas respostas que a seguir se apresentam (imagem 15):

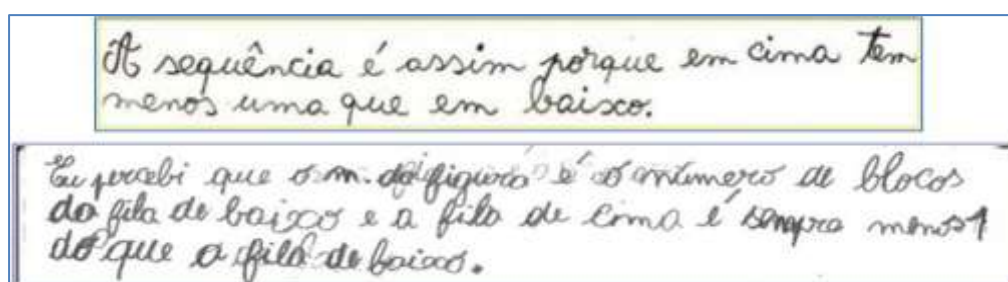
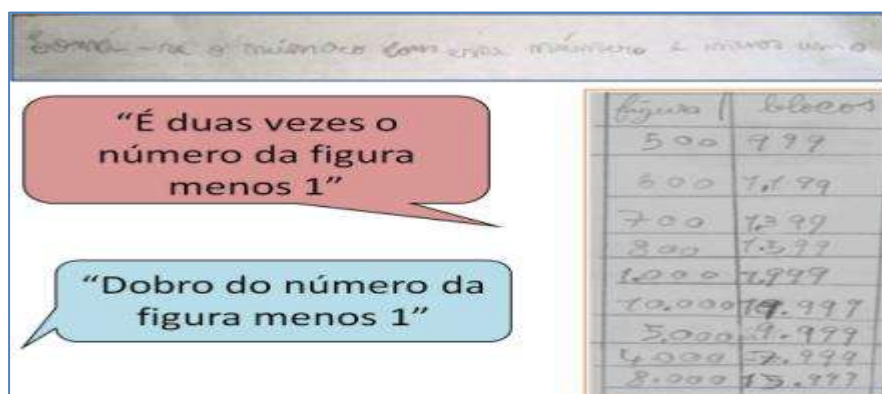


Imagem 15 – Exemplos de respostas dadas à última questão

Posteriormente, tal se verificou no Bloco I aplicado aos alunos do 2.º ano, a discussão e exploração em grande grupo ajudou a sistematizar e institucionalizar conhecimentos bem como a encontrar expressões para a generalização. Expressões que evidenciaram também o uso de estratégias multiplicativas e que permitiram encontrarem as soluções para qualquer figura, numa linguagem “a meio caminho” entre a natural e a simbólica. Os exemplos

seguintes (imagem 16) mostram-nos essas expressões bem como a evidência da generalização a que foi possível chegarem.



Exemplos de expressões que evidenciam capacidade de generalização:

- "É duas vezes o número da figura menos 1"
- "Dobro do número da figura menos 1"

figura	bloco
500	999
600	1.999
700	2.999
800	3.999
1000	4.999
10.000	19.999
3000	9.999
4000	7.999
8.000	15.999

Imagem 16 – Exemplos de expressões que evidenciam capacidade de generalização

Balanço

De acordo com os vários docentes, os alunos revelaram bastante interesse, motivação, curiosidade e empenho durante as várias etapas de concretização da tarefa. Na sua maioria, manifestaram algumas dificuldades em generalizar fazendo o uso apropriado da linguagem natural e simbólica. Evidenciaram claramente a necessidade e a importância de existir uma continuidade na exploração de tarefas desta natureza uma vez que estas contribuem, concomitantemente, para o desenvolvimento da capacidade de comunicação matemática.

Um dos aspectos importantes neste tipo de tarefas diz respeito ao factor «tempo». De acordo com os docentes, é fundamental que se tenha em atenção o tempo disponibilizado para a realização de qualquer tarefa (é necessário algum tempo para os alunos desenvolverem a tarefa) mas quando em «excesso» pode contribuir para a desmotivação e/ou frustração do aluno. Assume particular importância o facto de cada professor ir colocando questões pertinentes para que os alunos com dificuldades possam direccionar o seu raciocínio, permitindo igualmente que estes possam avançar nos seus conhecimentos.

A colocação de questões mobilizadoras do raciocínio que permitam desmontar processos, complementar ideias e provar afirmações são importantes na promoção da capacidade de generalização. Trata-se de um percurso demorado e exigente. É necessário dar tempo aos alunos para pensarem nas suas estratégias, incentivar a justificação com recurso à escrita e

proporcionar espaços de discussão colectiva de ideias. A análise de sequências permite aos alunos progredirem de raciocínios recursivos para raciocínios que envolvem relações funcionais.

A opinião geral relativamente à aplicação deste tipo de tarefas em alunos do 1.º ciclo é unânime e bastante positiva uma vez que prepara os alunos para aprendizagens posteriores, potencia o desenvolvimento de capacidades transversais e promove a articulação de diversos saberes, bases essenciais para o desenvolvimento da capacidade de generalização.

Concluimos citando os autores Mason & Johnston-Wilder (2004) os quais referem que **“uma aula que não dê oportunidade de generalizar não é uma aula de Matemática.”** (p. 137)⁵ Porquê? Porque os alunos devem ser questionados para que expliquem o seu raciocínio demonstrando a forma como chegaram àquele resultado. E quando isso acontece contribui-se, efectivamente, para que os alunos consigam desenvolver todas as capacidades: de abstracção, de comunicação e de raciocínio matemático.

⁵ Mason & Johnston-Wilder (2004) - Fundamental Constructs in Mathematical Education.