

Agrupamento de Escolas da Lourinhã

Vale de Geões – Apartado 13, 2534-909 Lourinhã
Telefone: 261416950 Fax 261416958 email: gabinetedirector@aelourinha.pt



Projeto "Mais Sucesso Escolar"

Divisores - uma abordagem inicial

Relatório da aplicação da tarefa de Matemática

1.º ciclo do Ensino Básico
- quarto ano de escolaridade -

Ano letivo 2011/2012
Período de aplicação: 9 a 20 de janeiro

Índice

	Pág.
1. Introdução	3
2. Tarefa e Planificação da aula	4
2.1 Apresentação da tarefa	4
2.2 Apresentação da planificação da aula	5
2.2.1 Previsão de eventuais dificuldades e possíveis estratégias a implementar	6
3. Caracterização da população-alvo	6
4. Gestão da aula pelo professor	8
5. Trabalho desenvolvido pelos alunos na tarefa	9
6. Balanço	15

Índice de Figuras

- Figura 1 - Ficha de trabalho com a tarefa apresentada aos alunos – pág.1.
- Figura 2 - Ficha de trabalho com a tarefa apresentada aos alunos – pág.2.
- Figura 3 – Esquema da tarefa inicial
- Figura 4 – Esquema da segunda tarefa
- Figura 5 - Exemplo de resposta usando o desenho como explicitação do modo como encontrou a sua solução
- Figura 6 - Exemplo da representação icónica para explicitar o modo como encontrou a solução
- Figura 7 - Exemplo de resolução usando a divisão
- Figura 8 - Exemplo de resolução da questão 2, usando a multiplicação.
- Figura 9 –Figura 9 - Exemplo de resolução da questão 1d), usando um esquema
- Figura 10 - Exemplo de resolução da questão 2, usando a tabela de uma “forma organizada”
- Figura 11 - Exemplo de resolução da questão 1d) usando um esquema
- Figura 12 - Exemplo de registo final
- Figura 13 - Exemplo da incompreensão do enunciado, atribuindo-lhe outro significado
- Figura 14 - Exemplo de síntese final
- Figura 15 - Outro exemplo de síntese final

1. Introdução

A tarefa de Matemática proposta aos alunos do quarto (4.º) ano de escolaridade teve como objetivo principal iniciar a abordagem dos conteúdos relacionados com os “Divisores”. Esta abordagem dividiu-se em duas fases¹ (ou momentos distintos): a fase inicial consistiu numa atividade em que os alunos partindo de uma tarefa tiveram de responder a 4 questões, uma outra situação que poderia permitir alguma generalização e um exercício de aplicação. Num segundo momento os alunos tiveram de relacionar os conhecimentos adquiridos na primeira sessão sobre os divisores, com os conhecimentos adquiridos anteriormente sobre múltiplos de um número natural e retirar algumas conclusões.

A atividade desenvolvida teve como principais objetivos os expressos no Programa deste ano de escolaridade para esta temática, a saber:

- Identificar divisores de um número natural;
- Dar exemplos de divisores de um número natural;
- Compreender que os divisores de um número são divisores dos seus múltiplos;

Com a tarefa sobre os divisores pretendia-se também que os alunos conseguissem desenvolver algumas competências transversais:

- Utilizar os conhecimentos e as capacidades para resolver problemas em contextos diversos;
- Ser capaz de resolver problemas, raciocinar e comunicar em contextos numéricos;
- Discutir processos matemáticos, explicitando-os e justificando as afirmações e os argumentos apresentados.

A escolha deste tema teve a ver com a calendarização anual da planificação que a definia para início do mês de janeiro, em articulação com o manual dos alunos. Simultaneamente sendo um conteúdo introduzido pelo novo programa decidiu-se refletir um pouco mais sobre a temática dos “divisores”. Não nos afigurando como uma questão de difícil compreensão para os alunos, decidimos apostar numa tarefa aberta para

¹ Ver ponto 2.2 referente à apresentação da planificação da aula

podermos conhecer melhor o processo usado pelos alunos para a resolver. Procurámos que os alunos se tornassem construtores do conhecimento, conduzindo-os ao longo das questões colocadas, sobretudo na 2.ª parte da planificação.

2. Tarefa e Planificação da aula

2.1 Apresentação da tarefa

Tal como referido anteriormente, a tarefa foi concebida para ser aplicada a todos alunos que frequentam o quarto ano de escolaridade, distribuídos pelas escolas do 1.º ciclo do Agrupamento de Escolas da Lourinhã. Em reunião de Departamento agendou-se o período para a sua aplicação, bem como o tempo a disponibilizar para a sua resolução (75 minutos – atividade inicial). A aplicação decorreu entre os dias 9 e 20 de janeiro de 2012 e o período de tempo foi o da manhã (9h – 10:30h).

A primeira atividade foi proposta aos alunos usando uma ficha que apresentava a tarefa bem como algumas questões a propósito da situação problemática inicial (ver figuras 1 e 2). Foi proposto que os alunos explorassem várias possibilidades e justificassem as suas respostas por escrito.



Agrupamento de Escolas da Lourinhã - Matemática - 4.º ano

Tarefa

1- Lê atentamente e descobre as soluções possíveis.

A Maria quer distribuir 48 bombons por várias embalagens.

Ela não quer que sobre nenhum e todas as embalagens têm de ter o mesmo número de bombons.

a) Se colocar em cada embalagem 3 bombons, quantas embalagens serão necessárias?

b) E se for em 4 embalagens, quantos bombons leva cada uma?

c) Será possível guardar os bombons em 5 embalagens? Justifica a tua resposta.

d) Tenta descobrir outras possibilidades para arrumar os bombons, tendo todas as embalagens o mesmo número.
Procura arranjar uma estratégia de modo a registar todas essas possibilidades.




Figura 1 – Ficha de trabalho com a tarefa apresentada aos alunos – pág.1.

O tempo previsto para essa abordagem foi de 60 minutos distribuídos da seguinte forma:

1. Apresentação	10 minutos	Figura 4 – Esquema da segunda atividade.
2. Trabalho autónomo	30 minutos	
3. Discussão	15 minutos	
4. Síntese final	5 minutos	

2.2.1 Previsão de eventuais dificuldades e estratégias implementadas

Embora não fossem previsíveis dificuldades significativas optou-se por sugerir o trabalho a pares como estratégia para ajudar a superar bloqueios de alguns alunos. Como o conhecimento da tabuada era essencial para um melhor desempenho na resolução da tarefa alguns docentes permitiram a consulta ou sugeriram a construção das tabuadas necessárias.

3. Caracterização da população-alvo

Dos 111 alunos matriculados no 4.º ano de escolaridade (distribuídos por treze turmas pertencentes a nove escolas do 1.º ciclo dispersas geograficamente pelo concelho da Lourinhã) realizaram a tarefa cerca de 90 discentes. Os restantes são alunos integrados no Decreto-Lei 3/2008 e dadas as suas características encontram-se a desenvolver aprendizagens de acordo com o seu Programa Educativo Individual. De salientar que das treze turmas em apenas uma é lecionado o 4.º ano de escolaridade. Nas restantes são lecionados cumulativamente dois anos diferentes (terceiro e quarto - 4 turmas; primeiro e quarto anos – 6 turmas; segundo e quarto anos – 1 turma) ou mesmo três quando considerados os alunos com NEE – 1 turma.

Relativamente às nacionalidades os alunos são esmagadoramente de nacionalidade portuguesa. Apenas 1 aluno é de nacionalidade brasileira, outro moçambicana e um outro romena. Os alunos que realizaram a tarefa têm idades compreendidas entre os 9 e 11 anos e a maioria provém de ambientes sócio-económicos

(31 alunos têm escalão A e 24 escalão B²) e culturais carenciados. Existe um número expressivo de encarregados de educação que possuem um baixo capital escolar, não valorizando pilares de vivência social e escolar, revelando baixas expectativas em relação ao progresso dos seus educandos, o que de certa forma influencia os níveis de desempenhos e de aproveitamento escolar dos alunos.

A elevada heterogeneidade da quase totalidade das turmas implica, por parte do professor titular de turma, a adopção de estratégias de diferenciação pedagógica de modo a dar resposta adequada às exigências da turma, o que por vezes não é suficiente para obter bons resultados.

No geral, são alunos motivados para a aprendizagem tendo apresentado um razoável aproveitamento escolar (36% nível “Suficiente”; 31% nível “Bom” e 17% “Muito Bom”) de acordo com a análise das menções³ atribuídas pelos professores nos Registos de Avaliação do 1.º período, na área de Matemática. No entanto, um pouco mais de 15% manifestaram dificuldades em conseguir acompanhar satisfatoriamente o programa do seu ano de matrícula até ao final do 1.º Período. A área de Matemática foi aquela em que os alunos, deste ano de escolaridade, revelaram um desempenho mais baixo⁴.

No que diz respeito à relação destes alunos com a escola, mais especificamente com a área da Matemática, são discentes que na sua maioria manifestam interesse, motivação e empenho nas aprendizagens escolares revelando interesse e gosto pela escola. No entanto, como é comum em muitas escolas, existem também um grupo residual de alunos que manifestam desinteresse pelo estudo, revelando ausência de hábitos/métodos de trabalho e de estudo, fruto da falta de expectativas e de baixas aspirações académicas por parte dos respetivos encarregados de educação, como se referiu anteriormente.

² No entanto esta questão não parece ter grande correlação com os desempenhos dos alunos, de acordo com estudos efectuados em anos anteriores.

³ Fraco corresponde ao nível 1; Insuficiente ao nível 2; Suficiente ao nível 3; Bom ao nível 4 e Muito Bom ao nível 5.

⁴ Quando comparada com as áreas de Estudo do Meio e de Língua Portuguesa.

4. Gestão da aula pelo professor

Tendo em conta os vários relatos dos professores titulares de turma envolvidos na aplicação da tarefa, esta decorreu em ambiente normal não tendo sido registado qualquer tipo de incidente de referência. No que diz respeito à forma como esta foi introduzida em contexto de sala de aula e à modalidade de trabalho ambas decorreram como planificado inicialmente.

Os docentes apresentaram oralmente a tarefa aos alunos e os objectivos da mesma. Depois a aula prosseguiu com o **trabalho autónomo** (30 minutos), tendo os alunos, a pares ou individualmente, procurado responder às questões colocadas. De acordo com os vários docentes, nesta primeira parte da fase do trabalho autónomo não se registaram grandes dificuldades, por parte dos alunos, em responder às 3 primeiras alíneas da tarefa 1. Os alunos, na quase totalidade, conseguiram encontrar a resposta adequada. Nos casos em que o professor sentiu necessidade, foi explicitado oralmente o enunciado da tarefa, realçando que “todas as embalagens tinham de ter o mesmo número de bombons” e que “não podia sobrar nenhum bombom”. Outras dificuldades foram superadas com o estímulo de algumas questões devolvidas aos alunos. Em alguns casos foi antecipada a discussão coletiva das questões do grupo 1 (estava prevista apenas no final da questão 2).

Na fase da **discussão** estava inicialmente previsto cerca de 25 minutos o que, de acordo com os vários docentes, decorreu dentro do esperado. As estratégias utilizadas pelos alunos foram várias, como se apresentam mais à frente. Esta parte da aula foi essencial para o enriquecimento coletivo e para que os objetivos definidos pudessem ser atingidos.

No que se refere à fase da **síntese final** todos os docentes referiram que decorreu dentro do previsto, tendo os alunos, no seu conjunto e partilhando os trabalhos, conseguido chegar às conclusões esperadas. No final da tarefa inicial exploraram-se os divisores de outras quantidades de modo a permitir que os alunos aplicassem o conceito de “divisor”.

5. Trabalho desenvolvido pelos alunos na tarefa

De acordo com os relatos dos vários docentes que aplicaram a tarefa parece-nos podermos afirmar que cumpriu os objetivos propostos, quando consideradas as duas fases planeadas. Digamos que a primeira parte, relativa à apresentação da tarefa, propriamente dita, serviu, como era seu propósito, para introduzir nos alunos a noção de divisor e para o professor conhecer as estratégias usadas pelos alunos para encontrarem os vários divisores de cada número. As conclusões “encontradas” pelos alunos nesta primeira parte não foram muitas, sendo, na maioria dos casos, induzidas pelo professor na fase da discussão em grande grupo. A segunda parte foi essencial para sedimentar a noção de divisor de um número e sobretudo para promover a relação entre os divisores e os múltiplos. Sem esta fase não teria sido possível atingir o objetivo de “Compreender que os divisores de um número são divisores dos seus múltiplos”. Como mencionamos anteriormente os momentos de discussão final em grande grupo foram enriquecedores, essenciais e, mesmo vitais para permitir encontrar algumas das generalidades pretendidas.

Vejamos agora alguns exemplos⁵ dos trabalhos dos alunos a propósito das questões colocadas pela tarefa, consubstanciando as aprendizagens que terão sido efetuadas.

Nas duas primeiras questões da tarefa (1a) e 1b)) a quase totalidade dos alunos deu resposta adequada, havendo apenas a registar dois casos de alunos que colocaram um número de bombons diferente nas diversas caixas, tipo “10+10+10+18”, indiciando não ter compreendido o enunciado inicial. A maioria dos alunos comunicou a sua solução usando o desenho ou a multiplicação.

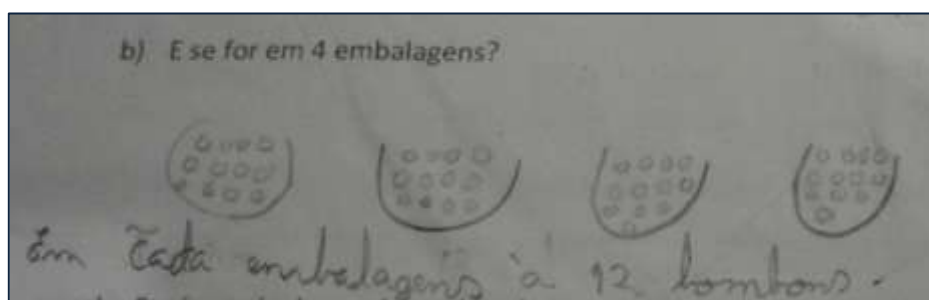


Figura 5 – Exemplo de uma resposta usando o desenho como explicitação do modo como encontrou a sua solução.

⁵ - Ainda que sem grande profundidade, podendo ficar para outra oportunidade, se se considerar útil.

Relativamente à questão 1c) também a quase totalidade dos alunos descobriu a resposta certa, tendo apresentado uma justificação aceitável. Muitos deram uma justificação tipo:

“Não porque sobram bombons.”

“Não porque sobra 3 bombons”

“Não é possível arrumar porque sobram 3.”

“Não dá porque a Maria não quer que sobre nenhum e sobram 3 bombons.”

Outros usaram a expressão “tabuada” ou “multiplicação” na justificação, tipo:

“Não, porque não nenhum número multiplicado por 5 dá 48.”

“Não, porque a tabuada do 5 só acaba em cinco ou zero.”

“Não, será possível porque na tabuada do cinco não há o número 48.”

“Não, porque $5 \times 9 = 45$ e sobra 3 bombons.”

Outros ainda indiciam ter percebido perfeitamente que a divisão tinha de ser exata e expressaram-no ...

“Não, porque não têm o mesmo número de bombons.”

“Não, porque o resto não foi zero.”

“Não, porque não dá para dividir 48 por 5.”

“Não, porque ficam duas embalagens com um a menos.”

Apenas dois ou 3 casos parecem não ter entendido completamente ao enunciado, manifestando alguma incoerência na justificação:

“É possível mas ou faltam 2 ou sobram 3”.

Quanto à questão 1 d) (e também na questão 2) em que se pretendia conhecer as estratégias ou o “processo” (mais do que o “produto” final) utilizado pelos alunos para encontrar todas as hipóteses, verificou-se uma diversidade considerável. Para facilitar a análise opta-se aqui por agrupar as estratégias da seguinte forma:

- Representação icónica - tipo:

6

6

6

6

6

6

6

6

8 embalagens $\rightarrow$ 6 bombons

Ou mesmo com os bombons desenhados nas caixas num outro exemplo.



Figura 6 – Exemplo de representação icónica para explicitar o modo como encontrou a sua solução.

11

- Adições sucessivas
 - a. A maioria correta e, portanto, de parcelas iguais, tipo:
“ $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 48$ ”
 - b. Um ou dois casos com erros - casos de adições sem serem de parcelas iguais, tipo:
“ $8 + 8 + 8 + 24 = 48$ ”
- Divisões
 - a. Usando apenas a indicação – “ $48 : 2 = 24$ ” / “ $48 : 12 = 4$ (r 0)” ou apresentando o algoritmo respetivo

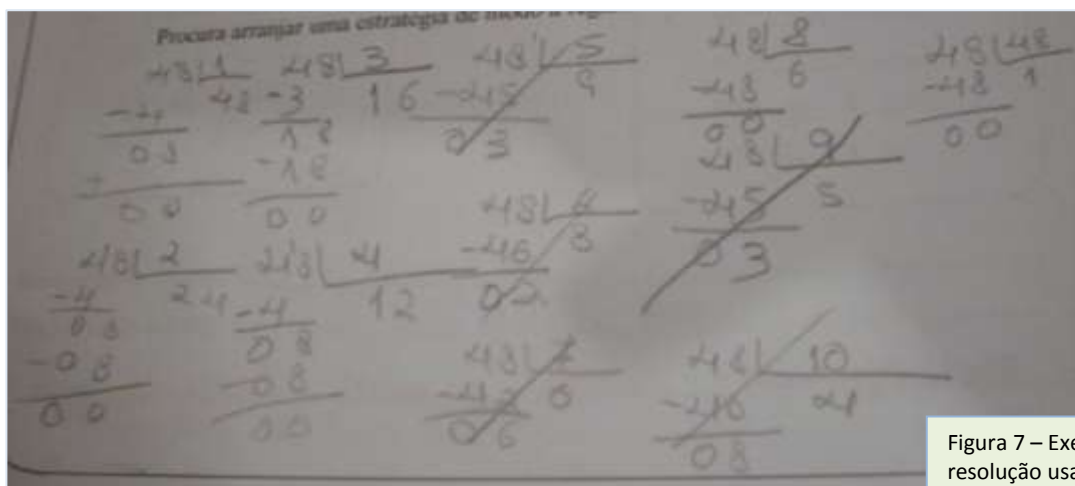


Figura 7 – Exemplo de resolução usando a divisão.

- Multiplicações
 - a. Simplesmente usando expressões tipo: “ $16 \times 3 = 48$ ” ou

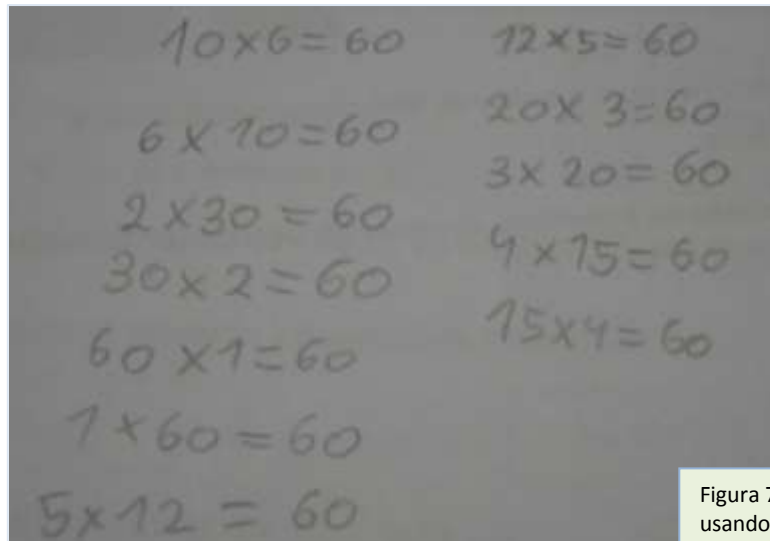


Figura 7 – Exemplo de resolução usando a multiplicação.

- b. Verbalizações tipo: “É fácil, é só fazer a tabuada.”
 - c. Apenas um caso de “ $5 \times 9 + 3 = 48$ ”
 - d. Algumas erradas – “ $11 \times 8 = 48$ ” / “ $23 \times 2 = 48$ ”
- Tabela de dupla entrada
 - a. Houve quatro turmas em que alguns alunos utilizaram espontaneamente a tabela, umas mais ordenadas do que outras.

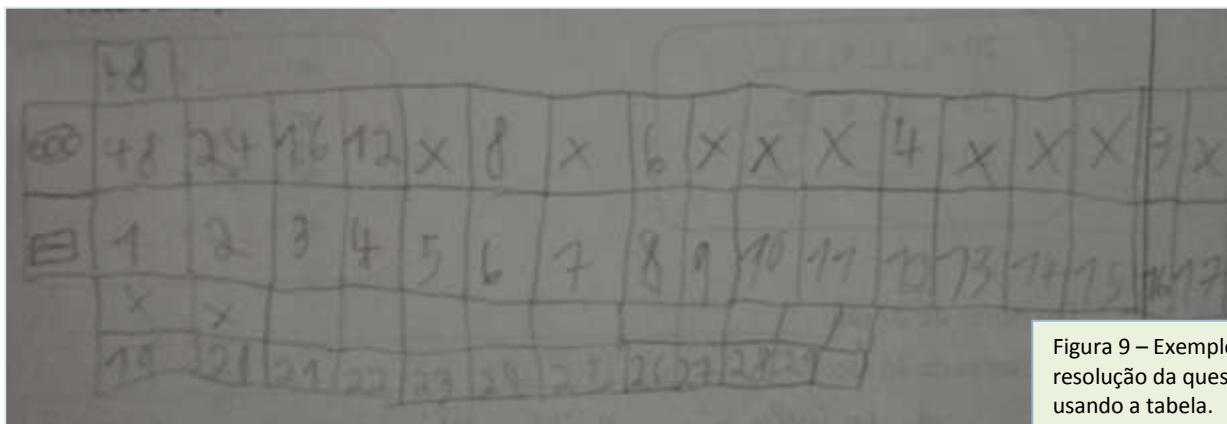


Figura 9 – Exemplo de resolução da questão 1d) usando a tabela.

Apresenta as que descobrires.

U	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	60
O	60	30	20	15	12	10	X	X	X	6	5	4	3	2	1

Figura 10 – Exemplo de resolução da questão 2 usando a tabela de “forma organizada”.

- b. Também nos chegaram relatos de alunos que mesmo depois de explicada a estratégia da tabela revelaram dificuldade em a preencher noutro exemplo.

- Esquema

Apresentados apenas por dois alunos, torna evidente o encontrar divisores aos pares.

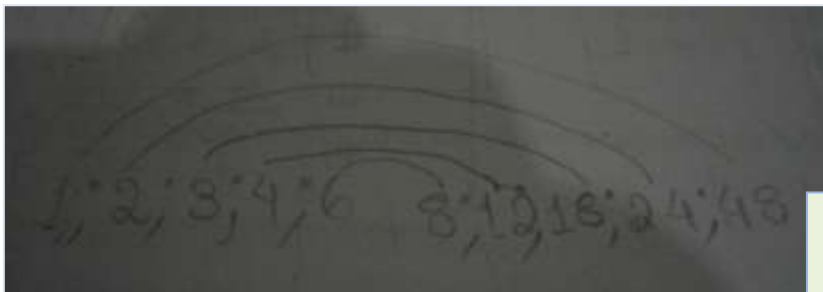


Figura 11 – Exemplo de resolução da questão 1d) usando um esquema.

13

Contudo esta “descoberta” de que os divisores (as hipóteses) podiam ser encontrados aos pares foi visível em muitos outros alunos, quer porque apresentaram as hipóteses aos pares: “ $6 \times 8 = 48$ ” / “ $8 \times 6 = 48$ ” ... (para todos os casos encontrados), quer porque foi expressamente veiculada na discussão coletiva.

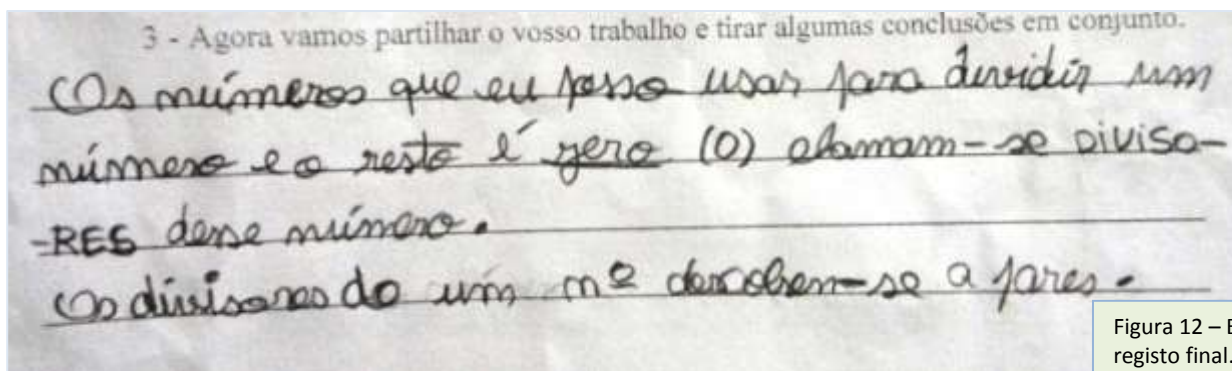


Figura 12 – Exemplo de registo final.

Registe-se ainda um caso, não simplesmente porque tem uma faceta de hilariante, mas porque nos poderá fazer refletir sobre as razões porque alguns alunos erram frequentemente as suas respostas: pode não ter a ver somente com o conteúdo matemático mas estar relacionado com a própria compreensão do significado do enunciado, de parte dele, enfim do que lhe é solicitado. À questão 1d) “apresenta as várias possibilidades”, cremos que o aluno entendeu “possibilidades” como se se tratasse de uma questão de senso comum e não de matemática, pelo que respondeu “*pode-se guardar em caixas, prata, sacos ou latas*”.

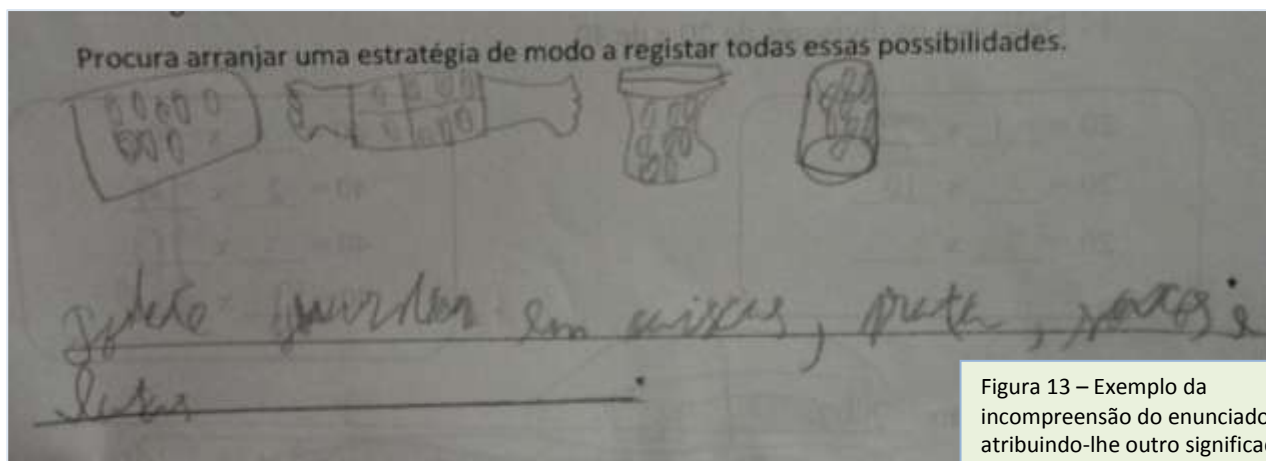


Figura 13 – Exemplo da incompreensão do enunciado, atribuindo-lhe outro significado.

Relativamente às conclusões encontradas na discussão coletiva podemos afirmar que foram explicitadas as várias conclusões sugeridas pela atividade. Ainda que não tenham coincidido em todas as turmas, em cada uma das fases das tarefas planeadas, no final das duas sessões foi possível obter uma síntese adequada na grande maioria das situações. Os exemplos seguintes ilustram as conclusões obtidas mais relevantes.

1 – “Os divisores de um número são todos os números que multiplicados entre si são o próprio resultado. Por exemplo: $60 = 30 \times 2$, isto quer dizer que o número 30 e o número 2 são divisores de 60”.

2 - “Os números que podemos usar para dividir outros números e não sobrar nada damos o nome de divisor.”

3 - “Também concluímos que se recorrermos à tabuada conseguimos obter o mesmo resultado. “

4 – “Em cada possibilidade descobrimos sempre um par de divisores.” ou “Os divisores descobrem-se aos pares.”

Como já se referiu esta conclusão foi bem integrada pelos alunos tendo, muitos deles, passado a apresentar os divisores de um número usando os pares, tipo: “divisores de 20 são: 1, 20, 2, 10, 4, 5”.

Depois de concluída a segunda sessão, a quase totalidade dos alunos fez generalizações importantes e que ilustram a convicção de que os objetivos definidos para a tarefa terão sido alcançados.

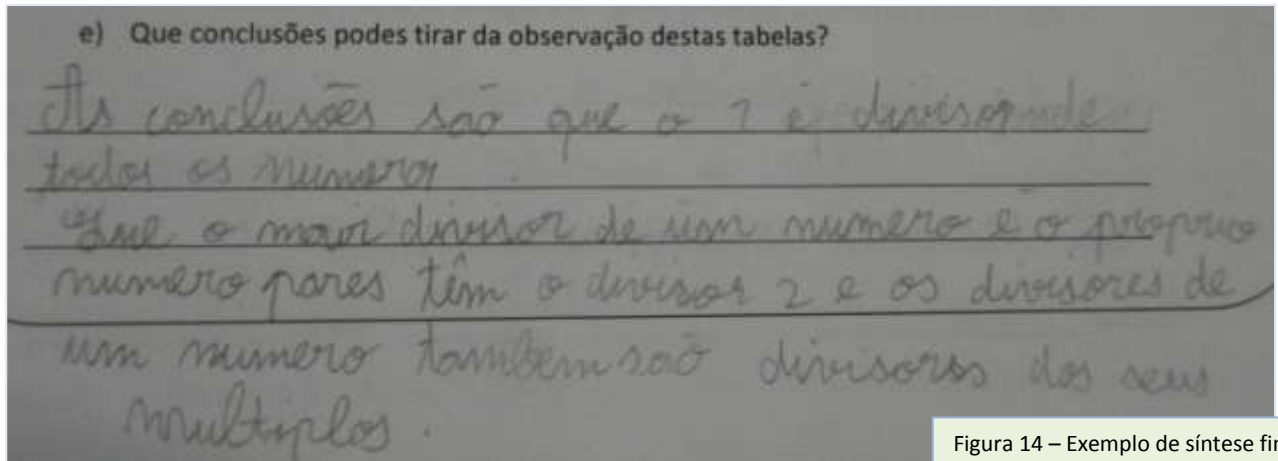


Figura 14 – Exemplo de síntese final.

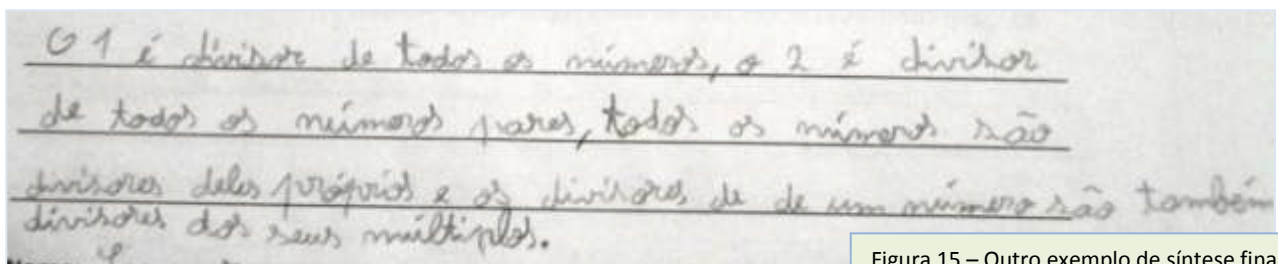


Figura 15 – Outro exemplo de síntese final.

Além do já assinalado podemos afirmar que as dificuldades sentidas na resolução da tarefa inicial estiveram relacionadas com o “saber a tabuada” (algumas igualdades estavam incorretas – “ $20 = 1 \times 10$ ”) e o perceber de imediato que a quantidade tinha de ser sempre igual em todas as embalagens. Depois o descobrir a possibilidade do 1 como divisor ($1 \times 48 = 48$) demorou algum tempo em certas turmas, bem como a do próprio número enquanto divisor de si próprio.

Apesar de se nos afigurar como certo que a grande maioria dos alunos percebeu o conceito de divisor e interiorizou as conclusões obtidas na fase da discussão coletiva, quando se tratou de aplicar no exercício 4 – “Indica se é Verdadeira (V) ou Falsa (F) cada uma das afirmações” surgiram algumas dúvidas e algumas incorreções, revelando algumas dificuldades na generalização e também na particularização.

6. Balanço

O balanço da tarefa foi considerado unanimemente positivo pelos docentes tendo as aprendizagens dos alunos, na sua globalidade, correspondido aos objetivos inicialmente propostos. As interações e a partilha que se geraram entre os pares

foram, efetivamente, promotoras de crescimento dos alunos. A forma de trabalho adoptada (pares ou individualmente, de acordo com as características de cada turma) foi considerada adequada. Os professores referiram como positivo as relações de cooperação que foram sendo estabelecidas entre os pares, durante as várias etapas da tarefa, e, sobretudo, a elevada participação e o entusiasmo na partilha verificados na fase da discussão.

Concretamente no que se refere aos momentos de diálogo coletivo existentes, todos os docentes concordaram que os mesmos foram efetivamente frutíferos quer no sentido de permitirem uma «re-orientação» dos alunos para o trabalho a desenvolver, quer na sistematização de conhecimentos e na produção de uma síntese do trabalho, ou ainda no esclarecimento de dúvidas que iam persistindo. Em resumo a sistematização feita no final da tarefa contribuiu positivamente para uma melhor clarificação dos conteúdos trabalhados/apreendidos por parte dos alunos, momentos considerados importantes e essenciais nesta faixa etária, por todos os docentes.

Acrescente-se ainda que a segunda parte – ficha de consolidação - foi considerada também essencial para sedimentar as conclusões de que o “1 é sempre divisor de qualquer número” e a de que “o maior divisor de um número é ele próprio”. Permitiu perceber claramente a relação existente entre os divisores de um número e os divisores de um múltiplo desse número. Sendo este um dos objetivos programáticos, sem este segundo momento da unidade não teria sido possível alcançá-lo.

Se confrontarmos os objetivos delineados para esta atividade com as metas de aprendizagem cremos poder afirmar que as metas relativas às capacidades transversais: MAT046 (meta final 1) e MAT067 (meta final 8), e a sobretudo a do domínio dos conteúdos a MAT080 (meta final 13) foram fortemente impulsionadas a serem atingidas com esta atividade.

O futuro nos dirá se o tempo não diluirá as aprendizagens realizadas a partir das situações pedagógicas criadas.

A equipa do PMSE, Lourinhã
fevereiro de 2012